

Пример сети уверенности Байеса

Федоров Артур
Департамент компьютерных наук
Институт Транспорта и Связи
Ломоносова 1-1, Рига, Латвия
1999 г.

В качестве примера применения сети уверенности Байеса решим следующую задачу. Допустим у Вашей машины наступил перегрев двигателя. Одной из причин может быть пониженный уровень охлаждающей жидкости, второй причиной может быть очень жаркая погода, с которой не может справиться система охлаждения двигателя. Например, из опыта может быть известно, что вероятность перегрева двигателя из-за недостаточного количества охлаждающей жидкости равняется 0.3, а вероятность отказа системы охлаждения из-за очень жаркой погоды может быть 0.05. Стоит вопрос, насколько можно быть уверенным, что отказ системы охлаждения наступил из-за недостаточного количества охлаждающей жидкости.

Используя эту информацию можно построить сеть уверенности (рис.1).

- П – отказ системы охлаждения по вине погодных условий.
- С – отказ системы охлаждения из-за пониженного уровня охлаждающей жидкости.
- О – отказ системы охлаждения.

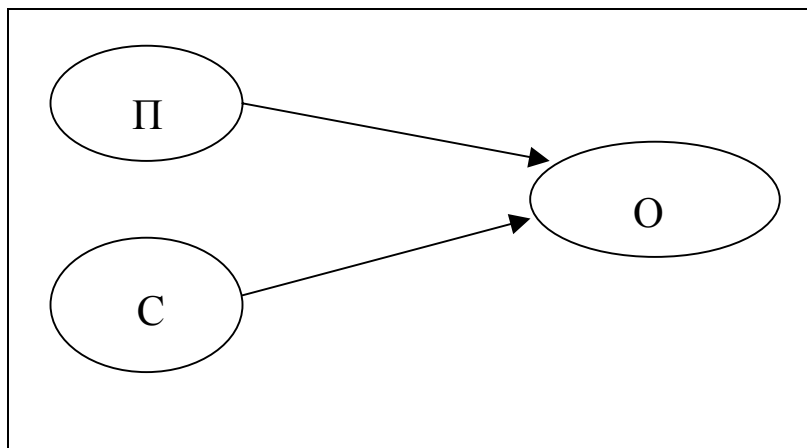


Рис.1. Пример сети уверенности

Вероятность события “О” для данной сети вычисляется как маргинальное распределение:

$$P(O) = P(P) * P(C) * P(O|C, P).$$

Это означает, что вероятность события “О” рассчитывается с помощью известных значений переменных “С”, “П” и правдоподобия события “О” при данных значениях “П” и “С”. Это конечно предполагает, что события “П” и “С” независимы.

Для каждого узла сети уверенности необходима таблица условных вероятностей. Для каждой комбинации состояния узла мы должны оценить ее истинность. Значения вероятностей для узлов П и С даны в таблице 1, и значения условных вероятностей для узла “О” - в таблице 2.

Таблица 1

	<i>True</i>	<i>False</i>
<i>P(Π)</i>	0.05	0.95
<i>P(C)</i>	0.3	0.7

Таблица 2

<i>P(O Π,C)</i>	<i>Π=true</i>	<i>Π=false</i>
<i>C=true</i>	(0.9,0.1)	(0.5,0.5)
<i>C=false</i>	(0.2,0.8)	(0.1,0.9)

Используя теорему Байеса, можно посчитать вероятность отказа системы из-за пониженного уровня охлаждающей жидкости.

$$P(C=true|O=true) = \frac{P(O=true|C=true)*P(C=true)}{P(O)}$$

Вероятность события $P(O=true)$ можно вычислить, используя все возможные значения “С” и “П” из таблицы 1 и таблицы 2.

$$\begin{aligned} P(O=true) &= P(\Pi=true)*P(C=true)*P(O|\Pi=true,C=true) + \\ &\quad P(\Pi=false)*P(C=true)*P(O|\Pi=false,C=true) + \\ &\quad P(\Pi=true)*P(C=false)*P(O|\Pi=true,C=false) + \\ &\quad P(\Pi=false)*P(C=false)*P(O|\Pi=false,C=false) = \\ &= 0.05*0.3*0.9 + 0.95*0.3*0.5 + 0.05*0.7*0.2 + 0.95*0.7*0.1 = 0.23. \end{aligned}$$

Далее необходимо посчитать вероятность события “О” при условии, что отказ системы охлаждения произошел по вине низкого уровня охлаждающей жидкости.

$$\begin{aligned} P(O=true|C=true) &= P(O=true|C=true,\Pi=true)*P(\Pi=true) + \\ &\quad P(O=true|C=true,\Pi=false)*P(\Pi=false) = \\ &= 0.9*0.05 + 0.5*0.95 = 0.52 \end{aligned}$$

Итак, теперь мы можем посчитать вероятность события:

$$P(C=true|O=true) = \frac{P(O=true|C=true)*P(C=true)}{P(O)} = \frac{0.52*0.3}{0.23} = 0.68.$$

Выводы

Знания о том, что система охлаждения перестала выполнять свои функции, были причиной пересмотра вероятности появления данного события. Изменения произошли в сторону увеличения степени уверенности, что перегрев двигателя наступил от пониженного уровня охлаждающей жидкости: от начального значения 0.3 до значения 0.68.

Из этого простого примера можно увидеть, что формализм сети Байеса предполагает следующие преимущества.

- Быстрая и легкая интерпретация фактов посредством графа делает легким для проверки на соответствие анализ типа – “что –если”.
- Очень большим преимуществом является то, что теперь доступны автоматические методы, которые можно использовать для тиражирования свидетельств в обход ручным методам даже для огромных графов.

Шансы

Многие люди, обрабатывая неопределенность, пользуются назначением шансов. Например, шансы “**A** к **B** для исхода **E**” означают, что вероятность исхода “**E**” равняется $P(E) = A/(A+B)$. Шансы “**C** к **D** против исхода **E**” означают, что вероятность против исхода **E** вычисляется как $P(E) = C/(C+D)$.

Априорные шансы события A определяются как:

$$O(A) = \frac{P(A)}{P(A)}$$

Апостериорные шансы A при получении доказательства X определяются как:

$$O(A|X) = \frac{P(A|X)}{P(A|X)} = \frac{P(A|X)}{1 - P(A|X)}$$

При этом вероятность P и шансы O связаны отношением:

$$P = O/(O + 1)$$

Пусть назначены шансы для следующих событий

1. Событие A.
Завтра будет дождь. (1:10)
2. Событие B.
Прежде чем вы закончите институт, вам предложат работу. (8:10)
3. Событие C.
Команда по велоспорту в вашем колледже выиграет чемпионат в этом году. (4:15)

4. Событие D.

Цена сырой нефти 1-го января 2010 года будет больше 30\$ за барель (9:25)

5. Событие E.

Промышленный индекс Dow Jones завтра будет расти. (5:10)

6. Событие F.

Любой другой исход, который может вас интересовать. (7:10)

Вероятности успешных исходов для каждого события:

1. $P(A) = 1/11 = 0.09$
2. $P(B) = 8/18 = 0.444$
3. $P(C) = 4/19 = 0.21$
4. $P(D) = 9/34 = 0.26$
5. $P(E) = 5/15 = 0.33$
6. $P(F) = 7/17 = 0.411$

Вероятности не успешных исходов для каждого каждого события:

1. $P(A) = 10/11 = 0.909$
2. $P(B) = 10/18 = 0.555$
3. $P(C) = 15/19 = 0.789$
4. $P(D) = 25/34 = 0.706$
5. $P(E) = 10/15 = 0.666$
6. $P(F) = 10/17 = 0.588$

Определим априорные шансы для каждого события:

1. $O(A) = 0.09/0.909 = 0.099$
2. $O(B) = 0.444/0.555 = 0.8$
3. $O(C) = 0.21/0.789 = 0.266$
4. $O(D) = 0.26/0.706 = 0.368$
5. $O(E) = 0.33/0.666 = 0.495$
6. $O(F) = 0.411/0.588 = 0.699$

Обратный переход к вероятности успеха каждого события возможен при помощи соотношения:

$$P = O/(O + 1)$$

1. $P(A) = 0.099/(1+0.099) = 0.09$
2. $P(B) = 0.8/(1+0.8) = 0.444$
3. $P(C) = 0.266/(1+0.266) = 0.21$
4. $P(D) = 0.368/(1+0.368) = 0.269$
5. $P(E) = 0.495/(1+0.495) = 0.33$
6. $P(F) = 0.699/(1+0.699) = 0.411$

Используемая литература

1. Clemen R. (1996). *Solving Hard Problems: an Introduction to Decision Analysis*. Prentice Hall.
2. Lapin L.L. (1993). *Statistics for Modern Business Decision*. Philadelphia etc, The Dryden Press, 1265 p.
3. Кини Р.Л., Райфа Х. (1981). *Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замечания*. Москва, Радио и связь, 560 с.
4. Эддоус М. И Стэнфилд Р. (1997). *Методы принятия решений*. Москва, Аудит, ЮНИТН, 590 с.